

## DEVELOPPEMENT ET FACTORISATION

### Savoir développer une expression algébrique

- Reconnaître et développer d'abord les identités remarquables.
- Penser à changer les signes à l'intérieur des parenthèses précédées d'un signe « - » lorsque l'on supprime celles-ci.

### Savoir factoriser une somme algébrique

- Peut-être l'expression est-elle déjà factorisée. Si oui, vérifiez que chaque parenthèse est elle-même factorisée.
- Repérer d'abord un facteur commun à tous les termes de la somme ou peut-être avez-vous le moyen de le faire apparaître.
- Lorsqu'il n'y a pas de facteur commun apparent, il faut penser aux identités remarquables, en particulier la différence de deux carrés :  $A^2 - B^2$
- S'il n'y a rien du tout, alors développez pour simplifier et factoriser.

### Savoir rendre rationnel le dénominateur des fractions

- Pour les fractions du type  $\frac{a}{\sqrt{b}}$ , on multiplie le numérateur et le dénominateur par  $\sqrt{b}$ .
- Pour les fractions du type  $\frac{1}{a-\sqrt{b}}$  ou  $\frac{1}{a+\sqrt{b}}$ , on multiplie le numérateur et le dénominateur par la **quantité conjuguée** et ainsi obtenir au dénominateur une identité remarquable connue.

**Exercice 1 :** Développer les expressions suivantes :

$$A = (x - 1)(x + 2)$$

$$B = (x - 3)(x + 5)$$

$$C = (x - 6)(2x - 3)$$

$$D = (5 - 4x) - 3 - (7x - 3)$$

$$E = (5x - 2) + 4x - (7x + 1)$$

$$F = 3 - [7 - (3x + 1)] + (5 - 3x)$$

$$G = 4x + [3 - (7 - x)] - [4x - (x - 2)]$$

$$H = 3 - 2x[7 - 2x(3x + 1)] + 2x(5 - 3x)$$

$$I = 4x + x[3 - x(7 - x)] - 2x[4x - (x - 2)]$$

$$J = 5(3x - 1)(2x + 3) - 3(2x + 3)(5 - 3x) + (2x + 3)$$

$$K = (3x + 1)^2 - (x - 5)^2$$

$$L = (x - 9)(3x + 5)^2$$

$$M = (x - 3)(x + 3) - (3x + 2)(3x - 2)$$

$$N = (5x - 2)^2 - (-2x + 3)^2$$

$$O = (2x - 5)^2(x + 4)$$

$$P = (2x - 3)(2x + 3) - (x - 5)(x + 5)$$

$$Q = (x + 3)^2 + 2(3x - 1)(x + 1)$$

$$R = (2x + 1)(2x - 1) - 3(x - 5)^2$$

$$S = (x + 5)^2 + 2(2x - 1)(x + 1)$$

**Exercice 2 :** Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 7x^3 + 14x^2 + 21x$$

$$B = x^2y - xy^2 + 2x^2y^2$$

$$C = x(3y - 4) + 4(3y - 4)$$

$$D = (5x - 2)(3x + 4) + (3x + 4)(-x + 3)$$

$$E = (2x - 3)(x + 1) + 5(-3 + 2x)$$

$$F = (x + 1)^2 + 3(x + 1) + x + 1$$

$$G = -3x + 4x^2 + 7x^3$$

$$H = (x - 1)(7x + 5) + 2(x - 1) - (x - 1)$$

$$I = (4x - 1)(7x + 3) - (x + 3)(-4x + 1)$$

$$J = (-x + 1)(2x + 1) + (-2x - 1)(x - 10)$$

$$K = (x + 2)^2 - 16$$

$$L = (x + 1)^2 - 9$$

$$M = (x + 3)^2 - (x + 1)^2$$

$$N = (2x + 1)^2 - (3x + 2)^2$$

$$O = (x - 5)^2 - (5x + 7)^2$$

$$P = 16x^2 - 25 + (4x + 5)(3x + 1)$$

$$Q = 25x^2 - 81 - 7(5x + 9)$$

$$R = 25x^2 + 70x + 49 - 3(5x + 7)$$

$$S = 36x^2 - 12x + 1 - (6x - 1)(x + 3)$$

$$T = 36x^2 - 12ax + a^2$$

$$U = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$V = 49x^2 - 70xy + 25y^2$$

$$W = 81b^2 - 90ab + 25a^2$$

$$X = 1 - 6a + 9a^2$$

$$Y = 25x^2 - a^2b^2$$

$$Z = 121x^2 - 49a^2b^2$$

## CORRECTION

### Exercice 1 : Développer

$$A = (x - 1)(x + 2) = x^2 + x - 2$$

$$B = (x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$$

$$C = (x - 6)(2x - 3) = 2x^2 - 15x + 18$$

$$D = (5 - 4x) - 3 - (7x - 3) = 5 - 11x$$

$$E = (5x - 2) + 4x - (7x + 1) = 2x - 3$$

$$F = 3 - [7 - (3x + 1)] + (5 - 3x) = 2$$

$$G = 4x + [3 - (7 - x)] - [4x - (x - 2)] = 2x - 6$$

$$H = 3 - 2x[7 - 2x(3x + 1)] + 2x(5 - 3x) = 12x^3 - 2x^2 - 4x + 3$$

$$I = 4x + x[3 - x(7 - x)] - 2x[4x - (x - 2)] = x^3 - 13x^2 + 3x$$

$$J = 5(3x - 1)(2x + 3) - 3(2x + 3)(5 - 3x) + (2x + 3) = 48x^2 + 34x - 57$$

$$K = (3x + 1)^2 - (x - 5)^2 = 8x^2 + 16x - 24$$

$$L = (x - 9)(3x + 5)^2 = 9x^3 - 51x^2 - 245x - 225$$

$$M = (x - 3)(x + 3) - (3x + 2)(3x - 2) = -8x^2 - 5$$

$$N = (5x - 2)^2 - (-2x + 3)^2 = 21x^2 - 8x - 5$$

$$O = (2x - 5)^2(x + 4) = 4x^3 - 4x^2 - 55x + 100$$

$$P = (2x - 3)(2x + 3) - (x - 5)(x + 5) = 3x^2 + 16$$

$$Q = (x + 3)^2 + 2(3x - 1)(x + 1) = 7x^2 + 10x + 7$$

$$R = (2x + 1)(2x - 1) - 3(x - 5)^2 = x^2 + 30x - 76$$

$$S = (x + 5)^2 + 2(2x - 1)(x + 1) = 5x^2 + 12x + 23$$

### Exercice 2 : Factoriser

$$A = 7x^3 + 14x^2 + 21x = 7x(x^2 + 2x + 3)$$

$$B = x^2y - xy^2 + 2x^2y^2 = xy(x - y + 2xy)$$

$$C = x(3y - 4) + 4(3y - 4) = (x + 4)(3y - 4)$$

$$D = (5x - 2)(3x + 4) + (3x + 4)(-x + 3) = (3x + 4)(4x + 1)$$

$$E = (2x - 3)(x + 1) + 5(-3 + 2x) = (x + 6)(2x - 3)$$

$$F = (x + 1)^2 + 3(x + 1) + x + 1 = (x + 1)(x + 5)$$

$$G = -3x + 4x^2 + 7x^3 = x(-3 + 4x + 7x^2)$$

$$H = (x - 1)(7x + 5) + 2(x - 1) - (x - 1) = (x - 1)(7x + 6)$$

$$I = (4x - 1)(7x + 3) - (x + 3)(-4x + 1) = 2(4x - 1)(4x + 3)$$

$$J = (-x + 1)(2x + 1) + (-2x - 1)(x - 10) = (11 - 2x)(2x + 1)$$

$$K = (x + 2)^2 - 16 = (x - 2)(x + 6)$$

$$L = (x + 1)^2 - 9 = (x - 2)(x + 4)$$

$$M = (x + 3)^2 - (x + 1)^2 = 4(x + 2)$$

$$N = (2x + 1)^2 - (3x + 2)^2 = -(x + 1)(5x + 3)$$

$$O = (x - 5)^2 - (5x + 7)^2 = -8(x + 3)(3x + 1)$$

$$P = 16x^2 - 25 + (4x + 5)(3x + 1) = (4x + 5)(7x - 4)$$

$$Q = 25x^2 - 81 - 7(5x + 9) = (5x - 16)(5x + 9)$$

$$R = 25x^2 + 70x + 49 - 3(5x + 7) = (5x + 4)(5x + 7)$$

$$S = 36x^2 - 12x + 1 - (6x - 1)(x + 3) = (5x - 4)(6x - 1)$$

$$T = 36x^2 - 12ax + a^2 = (6x - a)^2$$

$$U = x^2 - 6xy + 9y^2 = (x - 3y)^2$$

$$V = 49x^2 - 70xy + 25y^2 = (7x - 5y)^2$$

$$W = 81b^2 - 90ab + 25a^2 = (9b - 5a)^2$$

$$X = 1 - 6a + 9a^2 = (1 - 3a)^2$$

$$Y = 25x^2 - a^2b^2 = (5x + ab)(5x - ab)$$

$$Z = 121x^2 - 49a^2b^2 = (11x + 7ab)(11x - 7ab)$$