Équations de droites

Seconde 5 - 2010/2011 – Exercices 11

On se place dans un repère $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$.

1 Dans chacun des cas suivants, dire si le point A appartient à la droite d.

1. $d : y = -6x+4$ et $A(5;3)$
2. $d : y = -3x+6$ et $A(4;-6)$
3. $d : y = 2x+\frac{3}{2}$ et $A\left(\frac{1}{3};\frac{13}{6}\right)$

2 Dans chacun des cas, trouver le réel a tel que A appartienne à la droite d.

1. $d : y = -2x+4$ et $A(2;a)$
2. $d : y = 2x-1$ et $A(a;1)$
3. $d : ax-(a+2)y = 3-5a$ et $A(2;-5)$

3 Le plan est rapporté à un repère $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$. On appelle $\mathscr{C}$ l'ensemble des points dont les coordonnées $(x;y)$ vérifient :

$$2x-5y-9=0$$

1. L'ensemble $\mathscr{C}$ est-il une droite ?
2. Les points $B(-3;-3)$ et $C(2;1)$ sont-ils des points de $\mathscr{C}$?
3. Le point F d'abscisse 7 est un point de $\mathscr{C}$. Déterminer son ordonnée.

4 On donne les équations ci-dessous :

a) $y = x^2-3$ b) $y = \frac{3-2x}{5}$
c) $3x-2y+4=0$ d) $\frac{2}{3}(x-y)=4$
e) $x^2-3y+4=0$

1. Déterminer parmi ces équations, celles définissant une droite.
2. Donner le coefficient directeur puis l'équation réduite de ces droites.

5 Tracer les droites suivantes en utilisant coefficient directeur et ordonnée à l'origine.

1. $d_1 : y = 3x-7$
2. $d_2 : y = -2x$
3. $d_4 : x = 3$
4. $d_5 : y = -2$
5. $d_3 : y = -\frac{3}{2}x+2$
6. $d_6 : y = \frac{4}{7}x+1$
7. $d_7 : y = -\frac{1}{3}x-1$

6 Tracer les droites suivantes en cherchant les coordonnées de deux points.

1. $d_1 : y = \dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{3}$
2. $d_2 : y = -\dfrac{5}{7}x+\dfrac{4}{7}$
3. $d_3 : y = \dfrac{7}{6}x-\dfrac{1}{3}$

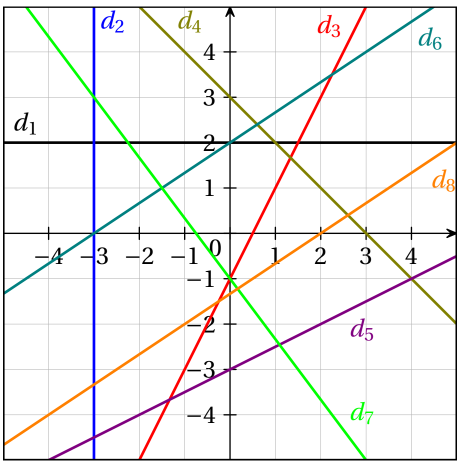
7 On considère le point $C(1;-1)$.

1. Représenter les droites ci-dessous dont on donne l'équation réduite :
   a) $d_1 : y = -2x+1$ b) $d_2 : y = 3x+4$
   c) $d_3 : y = -1$ d) $d_4 : y = 3-\dfrac{2}{5}x$
2. Le point C appartient-il à d_1 ? d_2 ? d_3 ? d_4 ?

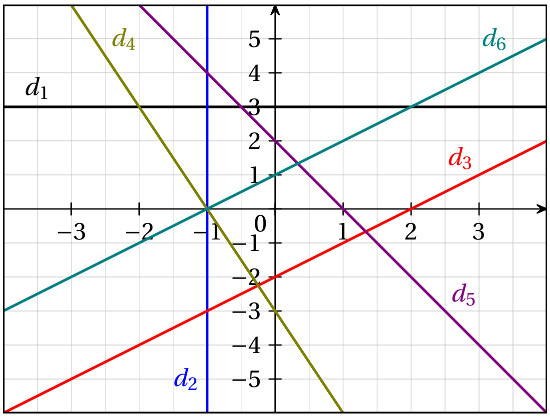
8 Tracer les droites passant par A et de coefficient directeur m.

1. $A(-2;3)$ et $m=-3$
2. $A(2;-1)$ et $m=\dfrac{1}{2}$
3. $A(7;-2)$ et $m=-\dfrac{2}{3}$

9 Déterminer l'équation réduite des droites représentées ci-dessous :



10 Déterminer l'équation réduite des droites représentées ci-dessous :



11 Déterminer une équation de la droite (AB) dans les cas suivants :

1. $A(2;-1)$ et $B(3;-4)$
2. $A(3;7)$ et $B(3;-5)$
3. $A(1;-5)$ et $B(4;2)$
4. $A(-3;-2)$ et $B(4;3)$
5. $A(3;-6)$ et $B(-1;2)$
6. $A\left(\sqrt{3};2\right)$ et $B(1;1)$

12 Déterminer une équation de la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ dans les cas suivants :

1. $A(2;-1)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$
2. $A(-3;2)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\-5\end{pmatrix}$
3. $A(1;5)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\-3\end{pmatrix}$

13 On considère $A(-3;1)$, $B(1;4)$ et $C(4;-2)$. Déterminer l'équation réduite de la médiane issue de C du triangle ABC.

14 Déterminer l'équation de la droite d passant par A et de coefficient directeur m :

1. $A(-4;1)$ et $m=-3$
2. $A(0;0)$ et $m=\frac{4}{5}$
3. $A(2;-3)$ et $m=0$

15 Déterminer l'équation de la droite d passant par A et parallèle à d' :

1. $A(-2;3)$ et $d' : y=-3x+4$
2. $A(3;5)$ et $d' : x=-2$
3. $A\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$ et $d' : 3x-2y+4=0$

16 Déterminer l'équation de la droite d passant par C et parallèle à (AB) :

1. $A(2;1)$; $B(0;0)$ et $C(2;-3)$
2. $A(2;3)$; $B(1;7)$ et $C(0;4)$

17 Soit une droite d d'équation $y=4x-1$.

1. Le point $A(150;599)$ appartient-il à la droite d ?
2. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d avec l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
3. Donner une équation de la droite parallèle à d et qui coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0;3)$.

18 On donne les points $A(2;9)$, $B(-3;-2)$ et $C(8;1)$.

1. Donner l'équation réduite de la droite (BC).
2. I est le milieu de $[AB]$, calculer les coordonnées de I.
   Donner l'équation réduite de la droite d, passant par I et parallèle à (BC).
3. J est le milieu de $[AC]$.
   Calculer les coordonnées de J et vérifier par le calcul que J appartient à la droite d.
4. Retrouver ce résultat à l'aide d'un théorème de géométrie connu.

Dans les exercices qui suivent, le repère $\left(O;\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ est orthonormal.

19 Soit D la droite d'équation $y=2x-3$. On considère les points $A(1;3)$, $B(-4;2)$ et $C(-2;-3)$.

1. Déterminer l'équation de la droite d_1 perpendiculaire à D passant par A.
2. Déterminer l'équation de la droite d_2 perpendiculaire à (AB) passant par C.

20 On considère les droites :

- D_1 de coefficient directeur $\frac{1}{3}$ et d'ordonnée à l'origine -2 ;
- D_2 passant par $A\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$;
- D_3 passant par $B(5;1)$ et $C(1;3)$.

1. Placer les points A, B, C et tracer les droites D_1, D_2 et D_3.
2. Déterminer une équation de chacune des droites D_1, D_2 et D_3.
3. La droite D_1 est-elle parallèle à D_3 ?

4. La droite D_2 est-elle perpendiculaire à D_3 ?

21 Soit d la droite d'équation : $y = \frac{3}{2}x + 2$.

1. a) Tracer la droite d.
   b) Donner $\vec{u}$ un des vecteurs directeurs de cette droite.
2. Parmi les points $A(2;5)$, $B(-2;-1)$ et $C(-3;-3)$, quels sont ceux qui appartiennent à la droite d ?
3. Construire la droite Δ passant par $D(3;0)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\-6\end{pmatrix}$.
4. Démontrer que les droites d et Δ sont parallèles.
5. a) Déterminer algébriquement les coordonnées du point I, milieu de $[AD]$.
   b) Construire le point E, symétrique de B par rapport à I et déterminer algébriquement ses coordonnées.
6. Démontrer que les droites (BD) et (AE) sont parallèles.
7. Soit d' la droite d'équation : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{32}{3}$.
   a) d et d' sont-elles perpendiculaires ?
   b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d et d'.

22 Que fait l'algorithme ci-dessous ?

Algorithme 1: Algorithme et droite

```
Variables
    x_A est un réel; y_A est un réel;
    m est un réel; p est un réel;
début
    Lire : x_A ;
    Lire : y_A;
    Lire : m;
    p ← y_A − m × x_A;
    Afficher : « y = »;
    Afficher : m;
    Afficher : « x + »;
    Afficher : p;
fin
```

23 Écrire un algorithme qui demande à l'utilisateur les coordonnées de deux points A et B et renvoie l'équation réduite de la droite (AB).

24 Résoudre les systèmes suivants :

$(S_1) : \begin{cases} 3x+2y=7 \\ x+y=2 \end{cases}$ $(S_2) : \begin{cases} 3x+5y=342 \\ 6x-y=123 \end{cases}$

$(S_3) : \begin{cases} 2x-4y=12 \\ -3x+6y=-18 \end{cases}$ $(S_4) : \begin{cases} x+2y=9 \\ 13x-4y=-3 \end{cases}$

$(S_5) : \begin{cases} 5x+3y=31 \\ 4x-5y=-27 \end{cases}$ $(S_6) : \begin{cases} -4x+y=5 \\ 8x-2y=11 \end{cases}$

25 Dans chacun des cas, déterminer si les droites d_1 et d_2 sont parallèles et dans le cas contraire, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

1. $d_1 : y = -2x+1$ et $d_2 : 6x+3y-2=0$
2. $d_1 : y = \frac{3}{2}x-2$ et $d_2 : 3x+2y-8=0$
3. $d_1 : y = \frac{2}{3}x-1$ et $d_2 : y = \frac{6x+7}{9}$

26 On munit le plan d'un repère orthonormal (O,I,J) et on considère D la droite d'équation réduite $y = 2x-3$, A et B les points de coordonnées respectives $(1;4)$ et $(6;-1)$.

1. Déterminer l'équation réduite de (AB) puis justifier que (AB) et D sont sécantes.
2. Tracer D et (AB). Lire sur le graphique les coordonnées de P, le point d'intersection de ces deux droites.
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point P.

27 Dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les points $A(2;1)$, $B(3;0)$ et $C(2;2)$ ainsi que la droite d d'équation $y = -\frac{1}{3}x+2$.
Démontrer que les droites (OA), (BC) et d sont concourantes.