

**Exercice 1 :**

1° Simplifier les nombres suivants en utilisant la décomposition en facteurs premiers :

$$A = \frac{10 \times \sqrt{45} \times \sqrt{288}}{\sqrt{150} \times \sqrt{40}}$$

$$B = \frac{252}{28 \times 55 \times 44}$$

2° Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

$$A = \frac{1 - \frac{2}{3}}{4 + \frac{1}{9}}$$

$$B = \frac{4}{9} \times \frac{15}{28} - \frac{49}{15} \times \frac{25}{14}$$

$$C = \frac{2}{9} - \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} + \frac{5}{3}$$

3° Ecrire sous la forme d'un produit de puissances de nombres premiers :

$$A = \frac{(12 \times 21)^2 \times 25}{39^{-2} \times 15^3}$$

$$B = \frac{9^3 \times (33^3 \times 45^{-3})^2}{100^{-4} \times 121^2}$$

5° Ecrire les nombres suivants sous la forme  $a + b\sqrt{c}$  avec  $a$  et  $b$  rationnels

$$A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$$

$$B = \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$C = 3\sqrt{180} - 11\sqrt{45} - 2\sqrt{5}$$

**Exercice 2**

Préciser si les phrases suivantes sont vraies ou fausses en justifiant.

$\frac{1}{9}$ est un nombre décimal <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX	$-5$ est un nombre rationnel <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX
3,141592654 est un nombre décimal. <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX	$\sqrt{2} \times (3\sqrt{8} - 3\sqrt{2})$ est un entier naturel. <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ est un entier relatif. <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX	$\frac{15}{6}$ est un nombre décimal. <input type="checkbox"/> VRAI <input type="checkbox"/> FAUX

**Exercice n°3**

1° Décomposer 630 puis 3150 en produit de facteurs premiers.

2° Réduire la fraction  $\frac{3150}{630}$ .

3° Calculer PGCD(630 ; 3150).

**Exercice n°4**

Démontrer que le carré d'un entier impair est un nombre impair.

$$1^\circ A = \frac{10 \times \sqrt{45} \times \sqrt{288}}{\sqrt{150} \times \sqrt{40}} = \frac{10 \sqrt{5 \times 3^2} \times \sqrt{2^5 \times 3^2}}{\sqrt{2 \times 3 \times 5^2} \times \sqrt{2^3 \times 5}} = 10 \sqrt{\frac{5 \times 3^2 \times 2^5 \times 3^2}{2 \times 3 \times 5^2 \times 2^3 \times 5}}$$

$$= 10 \sqrt{\frac{5 \times 3^4 \times 2^5}{2^4 \times 3 \times 5^3}} = 10 \sqrt{\frac{3^3 \times 2}{5^2}} = \frac{10 \sqrt{3^2 \times 2}}{\sqrt{5^2}} = \frac{10 \times 3 \times \sqrt{6}}{5} = 6\sqrt{6}$$

$$B = \frac{252}{28 \times 55 \times 44} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{2^2 \times 7 \times 5 \times 11 \times 2^2 \times 11} = \frac{3^2}{2^2 \times 5 \times 11 \times 11} = \frac{9}{2420}$$

$$2^\circ A = \frac{1 - \frac{2}{3}}{4 + \frac{1}{9}} = \frac{\frac{3-2}{3}}{\frac{36+1}{9}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{37}{9}} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{37} = \frac{3}{37}$$

$$B = \frac{4}{9} \times \frac{15}{28} - \frac{49}{15} \times \frac{25}{14} = \frac{4}{3^2} \times \frac{3 \times 5}{4 \times 7} - \frac{7^2}{3 \times 5} \times \frac{5^2}{2 \times 7} = \frac{5}{3 \times 7} - \frac{7 \times 5}{3 \times 2}$$

$$= \frac{2 \times 5}{3 \times 2 \times 7} - \frac{7 \times 5 \times 7}{3 \times 2 \times 7} = \frac{10 - 245}{42} = -\frac{235}{42}$$

$$C = \frac{2}{9} - \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} + \frac{5}{3} = \frac{2}{9} - \frac{7}{18} + \frac{5}{3} = \frac{4}{18} - \frac{7}{18} + \frac{30}{18} = \frac{4-7+30}{18} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$$

$$4^\circ A = \frac{(12 \times 21)^2 \times 25}{39^{-2} \times 15^3} = \frac{(3 \times 2^2 \times 7 \times 3)^2 \times 5^2}{(3 \times 13)^{-2} \times (3 \times 5)^3} = \frac{3^2 \times 2^4 \times 7^2 \times 3^2 \times 5^2}{3^{-2} \times 13^{-2} \times 3^3 \times 5^3}$$

$$= 3^{2+2+2-3} \times 2^4 \times 5^{2-3} \times 7^2 \times 13^2 = 2^4 \times 3^3 \times 5^{-1} \times 7^2 \times 13^2$$

$$B = \frac{9^3 \times (33^3 \times 45^{-3})^2}{100^{-4} \times 121^2} = \frac{(3^2)^3 \times ((3 \times 11)^3 \times (5 \times 3^2)^{-3})^2}{(2^2 \times 5^2)^{-4} \times (11^2)^2} = \frac{3^6 \times (3^3 \times 11^3 \times 5^{-3} \times 3^{-6})^2}{2^{-8} \times 5^{-8} \times 11^4} = \frac{3^6 \times 3^6 \times 11^6 \times 5^{-6} \times 3^{-12}}{2^{-8} \times 5^{-8} \times 11^4} = 3^{6+6-12} \times 11^{6-4} \times 5^{-6+8} \times 2^8 = 11^2 \times 5^2 \times 2^8$$

$$5^\circ A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{2} (\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - (\sqrt{10} - 6)$$

$$= 7 + 2\sqrt{10} - \sqrt{10} + 6 = 13 + \sqrt{10}$$

$$B = \frac{2 - 3\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{(2 - 3\sqrt{3}) \times (3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3}) \times (3 - \sqrt{3})} = \frac{6 - 2\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 9}{9 - 3} = \frac{15 - 11\sqrt{3}}{6}$$

$$= \frac{15}{6} - \frac{11}{6}\sqrt{3} = \frac{5}{2} - \frac{11}{6}\sqrt{3}$$

$$C = 3\sqrt{180} - 11\sqrt{45} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{3^2 \times 2^2 \times 5} - 11\sqrt{3^2 \times 5} - 2\sqrt{5}$$

$$= 3 \times 6\sqrt{5} - 11 \times 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (18 - 33 - 2)\sqrt{5} = -17\sqrt{5}$$

<b>Exercice 2</b> $\frac{1}{9}$ est un nombre décimal <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">FAUX</span>	$-5$ est un nombre rationnel <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">VRAI</span>
$3,141592654$ est un nombre décimal. <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">VRAI</span>	$\sqrt{2} \times (3\sqrt{8} - 3\sqrt{2}) = 6$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">VRAI</span>
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 4$ est un entier relatif <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">VRAI</span>	$\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ est un nombre décimal. <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">VRAI</span>

**Exercice n°3**  $1^\circ 630 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$  et  $3150 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$

$2^\circ$  Réduire la fraction  $\frac{3150}{630} = \frac{2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7}{2 \times 3^2 \times 5 \times 7} = 5$ .

$3^\circ$  Calculer PGCD(630 ; 3150) =  $2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630$

#### Exercice n°4

Si  $n$  est un entier impaire il existe un entier  $p$  tel que  $n = 2p + 1$  et alors  $n^2 = (2p + 1)^2 = 4p^2 + 4p + 1 = 2(2p + 2) + 1$ .  $n^2$  est donc impair